FA304 Comme bon te semble

a) $S=\{(9{,}8;18)\}$ b) $S=\{(-1;-3)\}$ c) $S=\{(18;6);(-18;-6)\}$

d) $S=\{(12;16)\}$ e) $S=\emptyset$ f) $S=\{(-10;12)\}$

FA305 Comme il te plaît

a) $S=\{(1{,}25;3{,}75)\}$ b) $S=\{(3;3)\}$ c) $S=\emptyset$

d) $S=\{(4;-0{,}5)\}$ e) $S=\{(6;2)\}$ f) infinité de solutions

g) $S=\{(8;4)\}$ h) $S=\{(1;-1)\}$ i) $S=\{(-2;-3)\}$

j) $S=\{(1{,}2;1{,}8)\}$ k) $S=\{(48;24)\}$ l) $S=\{(2;-18)\}$

FA312 A la confiserie

Soient : x : la quantité totale de truffes en grammes

y : le nombre de cornets de 200 g.

On peut alors poser le système suivant : $\begin{cases} 200y = x \\ 150(y+12) = x \end{cases}$

En substituant, on obtient

$$\begin{cases} 200y = x \\ 150(y+12) = 200y \end{cases} \Big| \text{ D}$$

$$\begin{cases} 200y = x \\ 150y + 1800 = 200y \end{cases} \Big| -150y$$

$$\begin{cases} 200y = x \\ 1800 = 50y \end{cases} \Big| :50$$

$$\begin{cases} 200y = x \\ 36 = y \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 200 \cdot 36 = 7200$

$S=\{(7200;36)\}$

Le confiseur a préparé 7200 g de truffes.

FA 375 Deux catégories

Soient : x : le nombre de places debout

y : le nombre de places assises

On peut alors poser le système suivant : $\begin{cases} x = y + 2500 \\ 37{,}5x + 57{,}5y = 568750 \end{cases}$

En substituant, on obtient :

$$\begin{cases} x = y + 2500 \\ 37{,}5(y + 2500) + 57{,}5y = 568750 \end{cases} \quad \Big| \; d$$

$$\begin{cases} x = y + 2500 \\ 37{,}5y + 93750 + 57{,}5y = 568750 \end{cases} \quad \Big| -93750$$

$$\begin{cases} x = y + 2500 \\ 95y = 475'000 \end{cases} \quad \Big| :95$$

$$\begin{cases} x = y + 2500 \\ y = 5000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7500 \\ y = 5000 \end{cases} \Rightarrow S = \{(7500 ; 5000)\}$$

Il y a 5000 places assises et 7500 places debout

FA 338 Permutations

Soient a : le chiffre des centaines

b : le chiffre des unités

On peut alors écrire le 1er nombre $100a + 3 \cdot 10 + b$ et le 2ème $100b + 3 \cdot 10 + a$

On peut donc poser le système suivant :

$$\begin{cases} a + 3 + b = 13 & \Big| -3 \\ 100a + 30 + b = 100b + 30 + a + 594 & \Big| -a - 100b - 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 10 & \Big| \cdot 99 \\ 99a - 99b = 594 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 99a + 99b = 990 \\ 99a - 99b = 594 \end{cases} \\ + \\ \hline 198a = 1584 \quad \Big| :198 \\ a = 8 \end{array}$$

Puisque $a = 8$, alors $8 + b = 10 \;\Big| -8$, $b = 2$ et $S = \{(8;2)\}$

Les nombres sont donc 832 et 238.

FA344 Caisse de classe

Soient x : le nombre de pièces de 2.-

y : le nombre de pièces de 5.-

On a donc 2 systèmes :

$$\begin{cases} x+y=29 \\ 2x+5y=100 \end{cases} \Big| \cdot 2 \qquad\qquad \begin{cases} x+y=30 \\ 2x+5y=100 \end{cases} \Big| \cdot 2$$

$$- \begin{cases} 2x+2y=58 \\ 2x+5y=100 \end{cases} \qquad\qquad - \begin{cases} 2x+2y=60 \\ 2x+5y=100 \end{cases}$$

$$-3y=-42 \quad \Big| :(-3) \qquad\qquad -3y=-40 \quad \Big| :(-3)$$

$$y=14 \qquad\qquad y=\frac{40}{3}$$

On pourrait s'arrêter ici.

$$\Rightarrow x+14=29 \quad \Big| -14$$

$$x=15$$

$$S_1=\{(15;14)\}$$

$$\Rightarrow x+\frac{40}{3}=30 \quad \Big| \cdot 3$$

$$3x+40=90 \quad \Big| -40$$

$$3x=50 \quad \Big| :3$$

$$x=\frac{50}{3}$$

$$S_2=\left\{\left(\frac{50}{3};\frac{40}{3}\right)\right\}$$

Puisqu'on ne peut qu'avoir un nombre entier de pièces, la seule solution est $S_1=\{(15,14)\}$. C'est donc le caissier qui s'est trompé.

FA345 Différence de volumes

Soient x : la mesure d'une arête du petit cube

y : la mesure d'une arête du grand cube

On a donc le système suivant :

$$\begin{cases} y^3 - x^3 = 39500 \\ y - 20 = x \end{cases}$$

Ici, la substitution s'impose (système non-linéaire)

identité remarquable

$$\begin{cases} y^3 - (y-20)^3 = 39500 \\ y - 20 = x \end{cases}$$

Je calcule $(y-20)^3 = (y-20)^2 \cdot (y-20)$

$= (y^2 - 40y + 400)(y-20)$

$= y^3 - 40y^2 + 400y - 20y^2 + 800y - 8000$

$= y^3 - 60y^2 + 1200y - 8000$

$$\begin{cases} y^3 - (y^3 - 60y^2 + 1200y - 8000) = 39500 \\ y - 20 = x \end{cases} \quad \Big| \; d/ -39500$$

$$\begin{cases} 60y^2 - 1200y - 31500 = 0 \\ y - 20 = x \end{cases}$$

Je résous $60y^2 - 1200y - 31500 = 0$

$\Delta = (-1200)^2 - 4 \cdot 60 \cdot (-31500) = 9'000'000$

$\sqrt{\Delta} = 3000$

$$y_{1,2} = \frac{1200 \pm 3000}{120} \quad \begin{array}{l} \nearrow y_1 = 35 \\ \searrow y_2 = -15 \end{array}$$

$\Rightarrow$ Si $y_1 = 35$, alors $x_1 = 35 - 20 = 15$

Si $y_2 = -15$, alors $x_2 = -15 - 20 = -35$

$S = \{(15 ; 35) ; \underbrace{(-35 ; -15)}\}$

On ne retient pas cette solution car x et y doivent être > 0

On a donc un cube de 15cm d'arête et l'autre de 35cm d'arête